ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VI.

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

Nel ganglio cerebrale, la corteccia di sostanza grigia riveste la superficie del nucleo della sostanza bianca, meno superiormente ove rimane interrotta dall' uscita del tronco comune dei nervi ottici, il quale appare come un prolungamento della sostanza bianca. La corteccia grigia, nella salpa adulta, è composta di più serie di piccole cellule nervose con nucleo rotondo.

Verso il terzo inferiore dell' altezza del ganglio, la corteccia cerebrale grigia è percorsa da una zona orizzontale di grandi cellule nervose, le quali somigliano alle grandi cellule nervose delle corna anteriori del midollo spinale dei vertebrati. Hanno infatti: da un canto i prolungamenti protoplasmatici, che vanno ramificandosi nella sostanza bianca; e dall' altro mandano un filamento nervoso il quale, insieme ai filamenti nervosi di un gruppo di cellule vicine della stessa specie, concorre a formare un fascio nervoso, o un nervo periferico che si può accompagnare fino ad un nastro muscolare del corpo della salpa. Tutti i nervi che nascono da questa zona sono motori, e noi possiamo perciò chiamarla zona motrice, e quindi cellule motrici le grandi cellule che la formano. Invece, le piccole cellule, che si trovano numerosissime nella corteccia cerebrale, sarebbero sensitive. Di queste, quelle che si trovano fra la zona motrice e la superficie dorsale del ganglio, rappresentano il tetto ottico dal quale traggono origine i nervi ottici.

Dalla faccia anteriore del ganglio cerebrale, nel punto in cui termina d' ambo i lati la zona motrice, emerge un paio di nervi misti. Questo paio infatti ha due radici: una, inferiore, viene da un gruppo di grandi cellule motrici, e l' altra, superiore, nasce dalle piccole cellule sensitive della parte corrispondente della corteccia cerebrale. Le due radici, dopo un breve decorso fuori del ganglio, formano un nervo misto il quale si porta in avanti ove si ramifica e si termina, da un canto nei muscoli che circondano la cavità boccale, e dall' altro nell' epitelio sensitivo dell' apertura boccale.

Discuterò più tardi sopra le omologie dei varî organi descritti in questa comunicazione ed a proposito del paleostoma mostrerò fin dove la mia opinione si accorda con quella del Kupffer.

Meccanica. — *Sulla deformazione della sfera elastica.* Nota del dott. E. Almansi (1), presentata dal Corrispondente Volterra.

La deformazione di una sfera elastica ed isotropa, dati alla superficie, gli spostamenti, o le tensioni, si può determinare applicando il seguente teorema:

« Se tre funzioni u, v, w, sono legate ad una quarta funzione k, che soddisfi all' equazione $\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = 0$, dalle formule,

$$\Delta^2 u = \frac{\partial k}{\partial x}, \quad \Delta^2 v = \frac{\partial k}{\partial y}, \quad \Delta^2 w = \frac{\partial k}{\partial z},$$

(1) Presentata nella seduta del 3 gennaio 1897.

si può sempre porre:

$$u=(r^2-\mathrm{R}^2)\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\lambda\,,\; v=(r^2-\mathrm{R}^2)\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\mu\,,\; w=(r^2-\mathrm{R}^2)\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\nu,$$

ove:

$$\Delta^2\varphi=\Delta^2\lambda=\Delta^2\mu=\Delta^2\nu=0.$$

$$r^2=x^2+y^2+z^2\,,\; \mathrm{R}=\text{cost.};$$

e tra le funzioni $k\,,\varphi$, passa la relazione:

(1)
$$2\varphi+4r\frac{\partial\varphi}{\partial r}=k\,.\,.$$

Supponiamo da primo che alla superficie della sfera sieno dati i valori degli spostamenti, che chiameremo $\xi\,,\eta\,,\zeta$. Essi devono soddisfare alle tre equazioni differenziali:

$$\Delta^2\xi+\frac{1}{1-2\,m}\frac{\partial\theta}{\partial x}=0\,,\; \Delta^2\eta+\frac{1}{1-2\,m}\frac{\partial\theta}{\partial y}=0\,,\; \Delta^2\zeta+\frac{1}{1-2\,m}\frac{\partial\theta}{\partial z}=0,$$

ove:

$$\theta=\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}\,;\; m=\text{coef. di contr.}=\text{cost.}$$

Le funzioni $\Delta^2\xi\,,\Delta^2\eta\,,\Delta^2\zeta$ sono dunque le derivate, rispetto ad $x\,,y\,,z$, della funzione $-\dfrac{1}{1-2\,m}\,\theta$, che soddisfa all' equazione $\Delta^2=0$. Per conseguenza potremo porre:

(2)
$$\xi=(r^2-\mathrm{R}^2)\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\lambda,\; \eta=(r^2-\mathrm{R}^2)\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\mu,\; \zeta=(r^2-\mathrm{R}^2)\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\nu,$$

essendo $\varphi\,,\lambda\,,\mu\,,\nu$, funzioni che soddisfano all' equazione $\Delta^2=0$. Con R indichiamo il raggio della sfera, nel cui centro supponiamo situata l' origine delle coordinate.

Sarà, per la formula (1):

$$2\varphi+4r\frac{\partial\varphi}{\partial r}=-\frac{1}{1-2\,m}\,\theta\,,$$

e sostituendo a θ il suo valore, ricavato dalle (2):

(3)
$$c\,\varphi+r\frac{\partial\varphi}{\partial r}=\Psi\,,$$

in cui:

$$c=\frac{1-2\,m}{3-4\,m},\; \Psi=-\frac{1}{2\,(3-4\,m)}\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}+\frac{\partial\mu}{\partial y}+\frac{\partial\nu}{\partial z}\right).$$

Alla superficie della sfera le funzioni $\lambda\,,\mu\,,\nu$, coincidono colle funzioni $\xi\,,\eta\,,\zeta$, e quindi assumono valori noti. Ma esse devono soddisfare

(1) Il metodo che qui riassumiamo, per la soluzione di questo problema, sarà esposto per disteso in una Memoria di prossima pubblicazione.

all'equazioni $\Delta^2 = 0$, ed essere uniformi in tutta la sfera. Potremo dunque determinarle in ogni suo punto. Sarà poi:

$$\varphi = \frac{1}{r^c}\int_0^r r^{c-1}\,\Psi\,dr\,,$$

e questa formula dà l'unica funzione φ, uniforme entro la sfera, che soddisfa all'equazione $\Delta^2 = 0$, e alla (3). Così abbiamo determinate tutte e quattro le funzioni che compariscono nelle formule (2).

Sieno ora date, alla superficie, le componenti della tensione. Indichiamo con T_{xx}, T_{xy}, etc., le tensioni interne. Poniamo inoltre

$$T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} = T \qquad (\Delta^2 T = 0)\,.$$

Si considerino le tre funzioni:

$$(4)\qquad \begin{aligned} U &= x\,T_{xx} + y\,T_{xy} + z\,T_{xz}\,,\\ V &= x\,T_{yx} + y\,T_{yy} + z\,T_{yz}\,,\\ W &= x\,T_{zx} + y\,T_{zy} + z\,T_{zz}\,. \end{aligned}$$

Ricordando le nove equazioni differenziali che legano le tensioni interne, si trova che le funzioni $\Delta^2 U$, $\Delta^2 V$, $\Delta^2 W$, sono le derivate rispetto ad x, y, z, della funzione:

$$-\frac{1}{2(1+m)}\left(r\frac{\partial T}{\partial r} - T\right),$$

che soddisfa, come la T, all'equazione $\Delta^2 = 0$. Dunque potremo porre, al solito:

$$(5)\ U = (r^2 - R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \lambda\,,\ V = (r^2 - R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mu\,,\ W = (r^2 - R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \nu\,;$$

e sarà:

$$2\varphi + 4r\frac{\partial\varphi}{\partial r} = -\frac{1}{2(1+m)}\left(r\frac{\partial T}{\partial r} - T\right).$$

D'altra parte, dalle formule (4) e (5), costruendo l'espressione $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}$, si ricava:

$$(6)\qquad T = 2r\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{\partial\lambda}{\partial x} + \frac{\partial\mu}{\partial y} + \frac{\partial\nu}{\partial z}\,.$$

Avremo dunque, eliminando T:

$$(7)\qquad A\varphi + Br\frac{\partial\varphi}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} = \tfrac{1}{2}\left(\Phi - r\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right),$$

in cui:

$$A\,,\,B = \text{cost.}\,,\quad \Phi = \frac{\partial\lambda}{\partial x} + \frac{\partial\mu}{\partial y} + \frac{\partial\nu}{\partial z}\,.$$

Le funzioni U, V, W, divise per r, rappresentano le componenti della tensione che agisce sulla superficie sferica di raggio r, concentrica alla sfera data. Dunque sulla superficie di quest' ultima, le funzioni U, V, W, e per conseguenza le funzioni λ, μ, ν, assumono valori noti. Potremo quindi determinare le funzioni λ, μ, ν, che soddisfano all' equazione $\Delta^2 = 0$, in tutti i punti della sfera. Poi determineremo la funzione φ, che deve soddisfare all' equazione $\Delta^2 = 0$, alla (7), ed essere uniforme entro la sfera. Allora, per le formule (5) e (6) conosceremo le funzioni U, V, W, e T, e quindi anche la θ, che differisce da quest' ultima per un fattore costante.

Se ora nelle formule (4) esprimiamo le tensioni interne T_{xx}, T_{xy}, etc., mediante gli spostamenti, e trasportiamo nei secondi membri, che indicheremo con P, Q, R, le quantità note, otteniamo l' equazione:

$$(8) \qquad x\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)+y\left(\frac{\partial\xi}{\partial y}+\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)+z\left(\frac{\partial\xi}{\partial z}+\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)=\mathrm{P},$$

ed altre due analoghe. Da esse si ricava:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}-\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)=\frac{1}{r}\left(\frac{\partial\mathrm{R}}{\partial y}-\frac{\partial\mathrm{Q}}{\partial z}\right), \text{ etc.,}$$

le quali, se si suppone che nel centro della sfera, ossia per $r=0$, le componenti $\frac{\partial\zeta}{\partial y}-\frac{\partial\eta}{\partial z}$, $\frac{\partial\xi}{\partial z}-\frac{\partial\zeta}{\partial x}$, $\frac{\partial\eta}{\partial x}-\frac{\partial\xi}{\partial y}$, della rotazione sieno nulle, permettono di determinare le componenti stesse, in tutti i suoi punti.

Finalmente, dalle stesse equazioni (8), che possiamo anche scrivere:

$$\frac{\partial\xi}{\partial r}=\frac{1}{2r}\left\{\mathrm{P}-y\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}-\frac{\partial\xi}{\partial y}\right)+z\left(\frac{\partial\xi}{\partial z}-\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)\right\}, \text{ etc.,}$$

supponendo che per $r=0$, le componenti ξ, η, ζ, della traslazione si annullino, ricaveremo, per un punto qualunque della sfera, i valori di queste funzioni: ed avremo così risoluto il problema.

Matematica. — *Sulla probabilità degli errori di situazione di un punto nello spazio.* Nota di V. Reina, presentata dal Socio Cremona.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sulla forza coercitiva dei vasi etruschi.* Nota del dott. G. Folgheraiter, presentata dal Socio Blaserna.

In un recente lavoro (1) ho esposto i risultati delle mie ricerche sul valore dell' inclinazione magnetica parecchi secoli a. C., prendendo come punto di partenza la distribuzione del magnetismo nei vasi di argilla rinvenuti nelle tombe etrusche.

Queste ricerche poggiano essenzialmente sopra due supposizioni: la prima è, che le argille cotte siano dotate d' una forza coercitiva assai grande, in

(1) Vedi questi Rendiconti vol. V, 2° sem., 1896, pag. 293.