

Accademia dei Lincei  
Roma 5 Aprile 2021

# Fasi esotiche della materia quantistica: i superfluidi



Università di Trento

**Sandro Stringari**



CNR-INO



Come anticipato nella lezioni precedenti, la Natura divide le **particelle elementari** in due grandi categorie:

- **Fermioni** (elettroni, neutroni, protoni, atomi con numero dispari di fermioni)
- **Bosoni** (fotoni, atomi con numero pari di fermioni)

Un esempio importante:

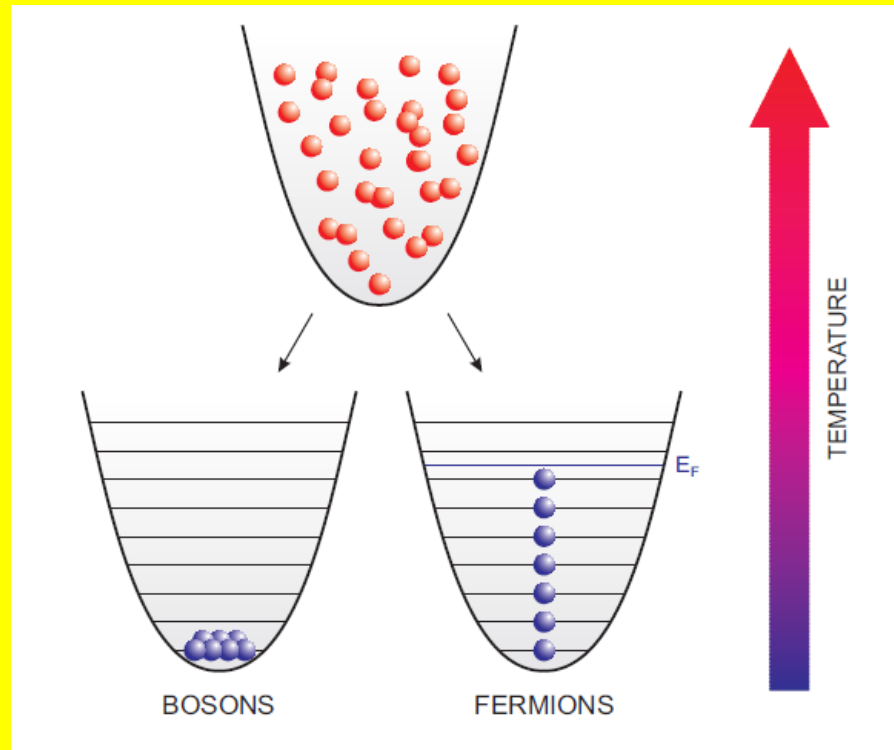
Gli atomi di **He4** (2 protoni, 2 neutroni, 2 elettroni) sono **bosoni**

Gli atomi di **He3** (2 protoni, 1 neutrone, 2 elettroni) sono **fermioni**

[Anche sistemi composti da più elementi si comportano come particelle elementari, se i gradi di libertà interni non sono attivati termicamente]

Le differenti proprietà quantistiche dei bosoni e dei fermioni sono all'origine di **proprietà termodinamiche molto differenti**

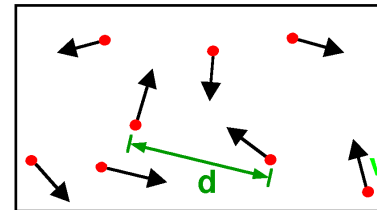
A differenza dei fermioni, che ubbidiscono al principio di esclusione di Pauli, i bosoni possono occupare lo stesso stato microscopico, dando luogo, a temperature ultrabasse, al fenomeno della condensazione di Bose-Einstein.



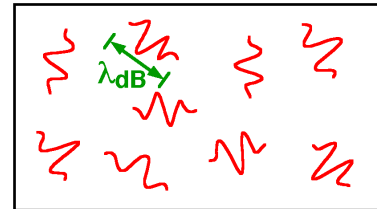
La meccanica quantistica associa ad ogni particella un'onda (onda di materia). Il **dualismo particella-onda** è uno degli aspetti più intriganti della fisica quantistica.

Usando il linguaggio delle onde possiamo dire che a temperature alte il gas è descritto da tante onde incoerenti scorrelate tra loro. In presenza di condensazione Bose-Einstein, al di sotto di una temperatura critica, parte di queste onde dà luogo a un'onda gigante di materia. Allo zero assoluto tutte le onde si confondono in questa onda gigante di materia

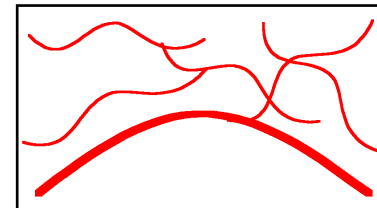
### What is Bose-Einstein condensation (BEC)?



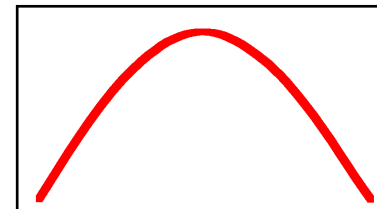
**High Temperature T:**  
thermal velocity  $v$   
density  $d^3$   
"Billiard balls"



**Low Temperature T:**  
De Broglie wavelength  
 $\lambda_{dB} = h/mv \propto T^{-1/2}$   
"Wave packets"



**T=T<sub>crit</sub>:**  
**Bose-Einstein Condensation**  
 $\lambda_{dB} \approx d$   
"Matter wave overlap"



**T=0:**  
**Pure Bose condensate**  
"Giant matter wave"

In un gas atomico la condensazione di Bose-Einstein ha luogo per temperature inferiori al valore critico

$$k_B T_{BEC} = \frac{3.3}{m} \hbar^2 n^{2/3}$$

dove  $\hbar = 1.054 \times 10^{-27} \text{ g} \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$  è la costante di Planck

$k_B = 1.410^{-16} \text{ erg}/^\circ\text{K}$  è la costante di Boltzmann

$m$  è la massa di ogni singolo atomo

$n = N / V$  è la densità del gas

Quanto vale  $T_{BEC}$  ?

Consideriamo ad esempio l'aria che respiriamo.

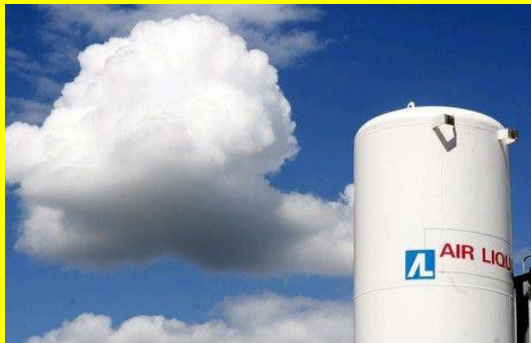
La densità vale  $n \approx 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  e prendendo per la massa quella dell'azoto molecolare si ottiene che la temperatura di transizione è una piccolissima frazione di grado sopra lo zero assoluto (circa -273 gradi centigradi)

**Questo ci fa capire che la realizzazione della condensazione di Bose-Einstein con sistemi atomici richiede il raggiungimento di temperature ultrabasse.**

Ci pone altresì il problema di capire cosa succede agli stati fisici della materia alle basse temperature.

Infatti abbassando la temperatura quasi tutti i sistemi abbandonano la fase gassosa. Prima liquefano e poi solidificano.

Ad esempio l'azoto diventa liquido a  $-196$  gradi centigradi e solidifica a  $-210$  gradi. La liquefazione dei gas (azoto, ossigeno etc.) ha oggi un impatto applicativo molto importante in campo scientifico, industriale, medico etc..



Quando il sistema solidifica il moto degli atomi viene congelato e gli effetti della meccanica quantistica non sono più in grado di dar luogo al fenomeno della condensazione di Bose-Einstein.

L'unico sistema che non solidifica mai a pressione atmosferica è l'**elio** che rimane in **fase liquida** fino allo **zero assoluto**. Questo è la conseguenza di due fattori importanti:

- La massa leggera dell'elio che amplifica gli effetti della meccanica quantistica
- Le interazioni ultradeboli che caratterizzano i gas nobili di cui l'elio è per l'appunto il gas più leggero.
- Per questi motivi l'elio liquido è diventato un sistema di fondamentale importanza per studiare gli effetti della **meccanica quantistica alle basse temperature**



Tipico diagramma di fase P(T)  
della quasi totalità dei sistemi fisici:

Per qualsiasi valore della pressione  
(anche a pressioni bassissime)  
abbassando la temperatura  
**il sistema entra nella fase solida.**

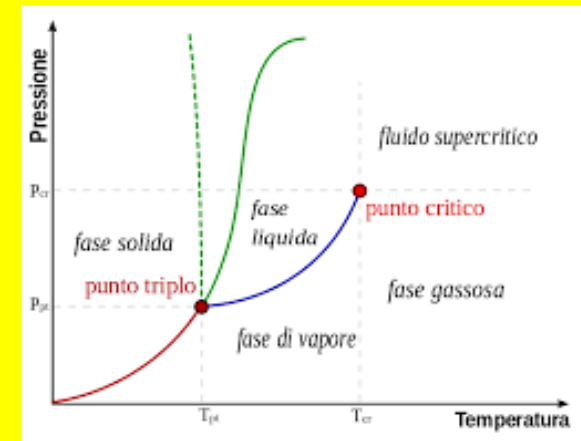
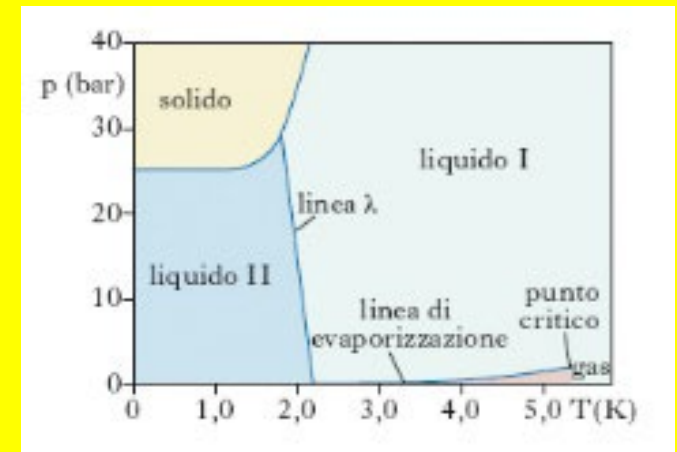
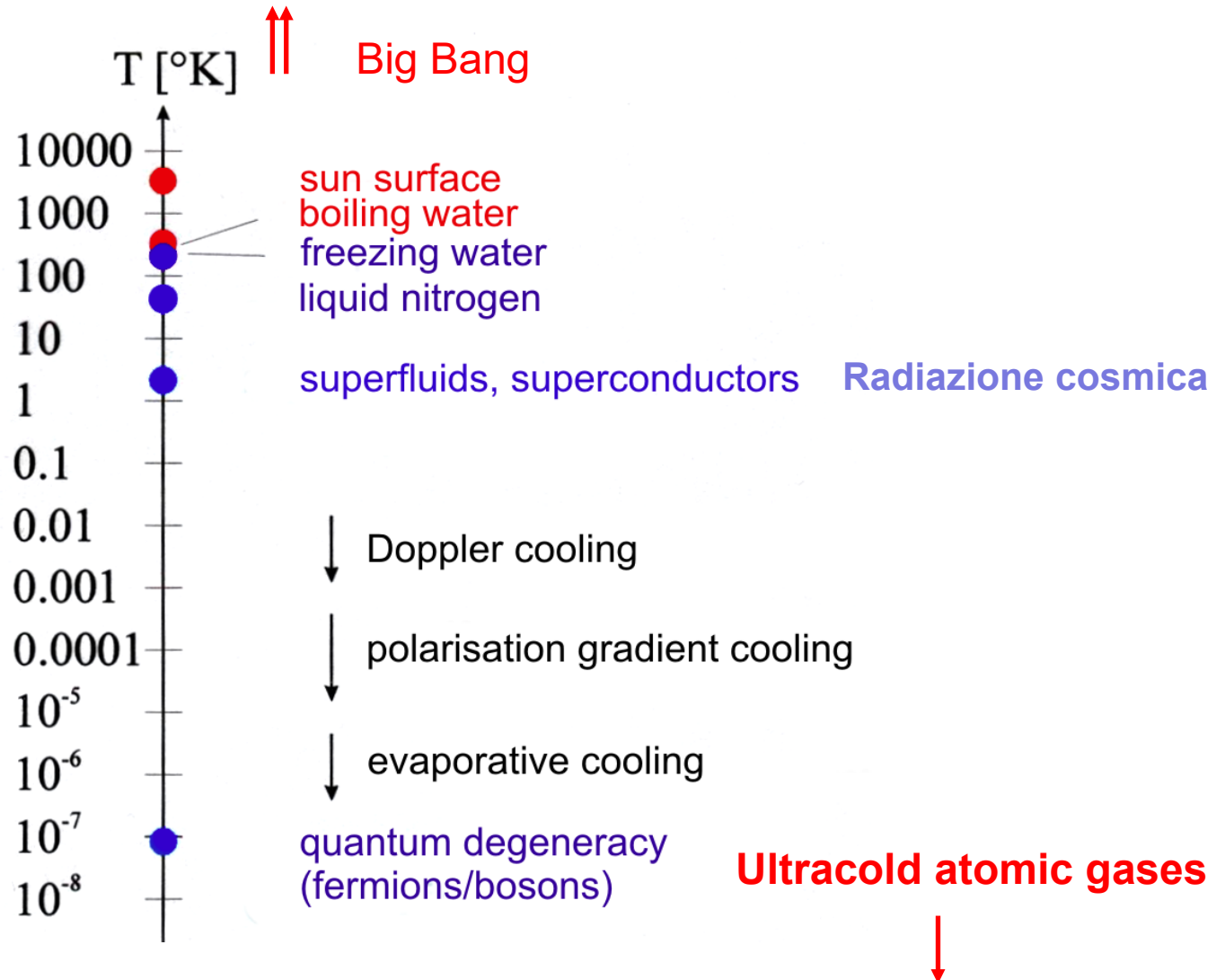


Diagramma di fase  
nel caso dell'**elio**

Per pressioni inferiori a 27 atmosfere  
**l'elio rimane liquido**  
**anche allo zero assoluto !!**



# Scala delle temperature



# La temperatura più alta

$$T = 4 \times 10^{12} \text{ K}$$

## Cern-Ginevra

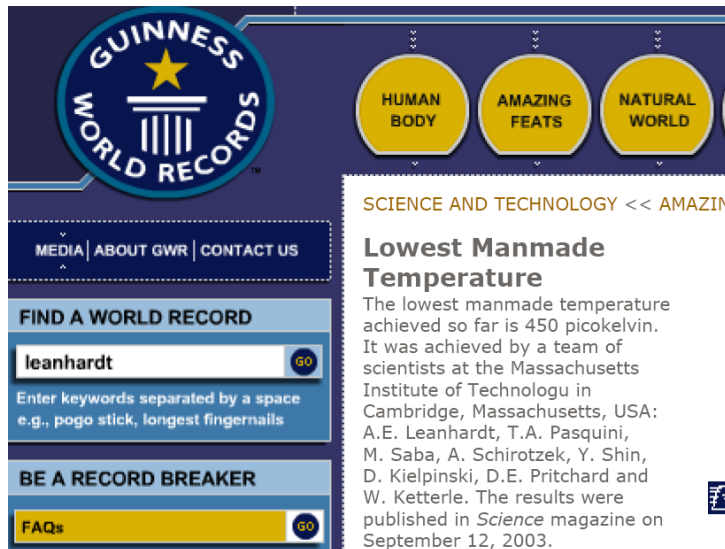




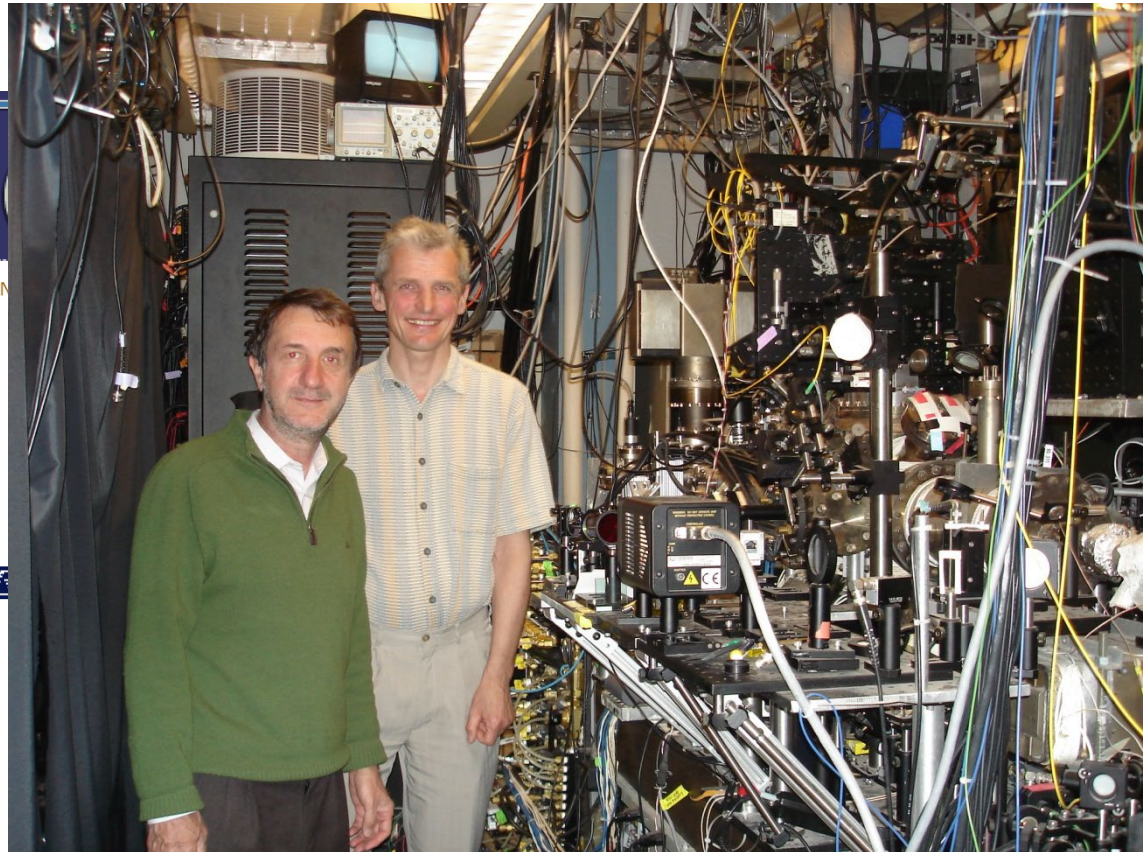
# La temperatura più bassa

$$T = 4 \times 10^{-10} \text{ K}$$

## MIT-Cambridge

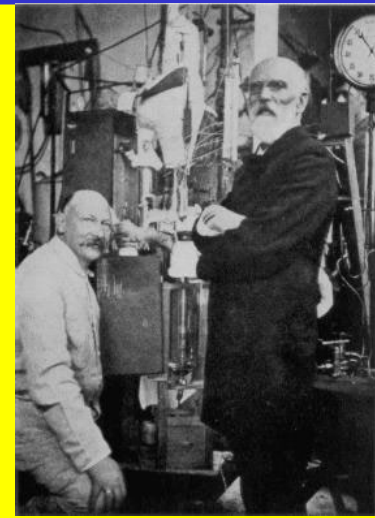


A screenshot of the Guinness World Records website. The top navigation bar includes the Guinness World Records logo and three categories: HUMAN BODY, AMAZING FEATS, and NATURAL WORLD. Below this is a search bar with the text 'leanhardt' and a 'GO' button. To the right of the search bar, there is a section titled 'Lowest Manmade Temperature' with a sub-header 'SCIENCE AND TECHNOLOGY << AMAZIN'. The text below the sub-header reads: 'The lowest manmade temperature achieved so far is 450 picokelvin. It was achieved by a team of scientists at the Massachusetts Institute of Technology in Cambridge, Massachusetts, USA: A.E. Leanhardt, T.A. Pasquini, M. Saba, A. Schirotzek, Y. Shin, D. Kielpinski, D.E. Pritchard and W. Ketterle. The results were published in *Science* magazine on September 12, 2003.'



Prima del 1908 si pensava che l'elio rimanesse un gas a tutte le temperature.

Nel 1908 Kamerlingh Onnes (nella foto insieme a Van der Waals) realizza a Leida la liquefazione dell'elio a -269 gradi centigradi.



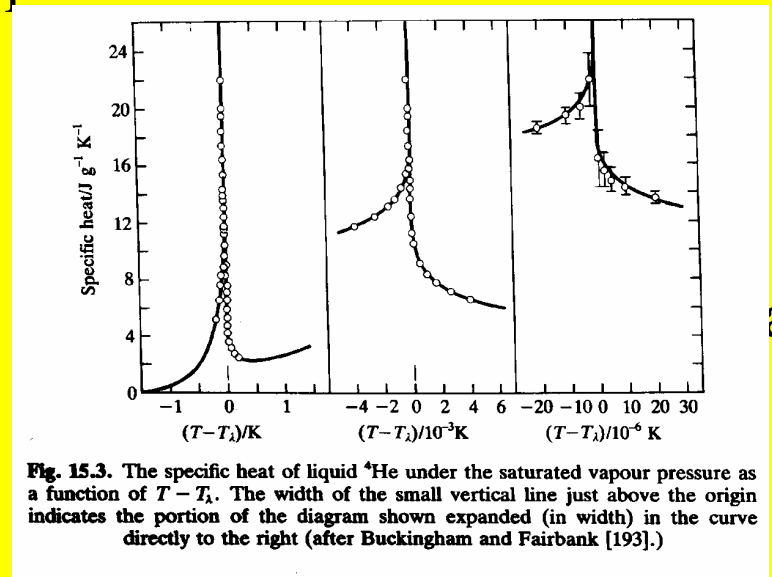
L'elio rimane liquido fino allo zero assoluto (-273 gradi centigradi).

Inizia la grande stagione delle basse temperature

1911: Kammerlingh Onnes scopre a Leida la **superconduttività** (assenza di resistenza elettrica, premio Nobel 1913)

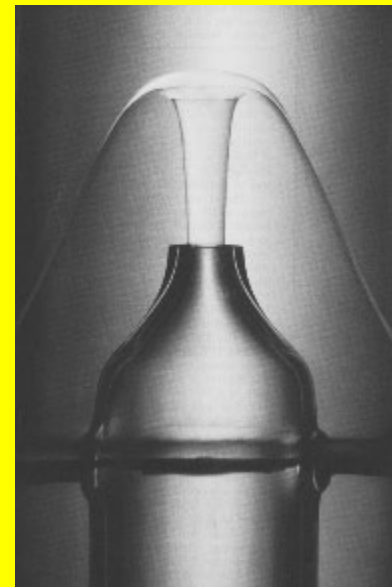
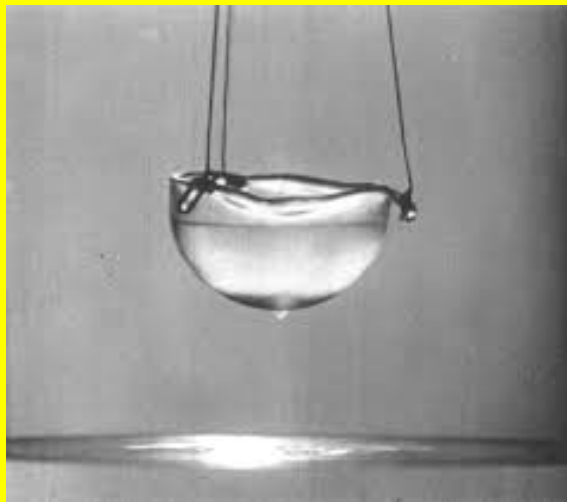
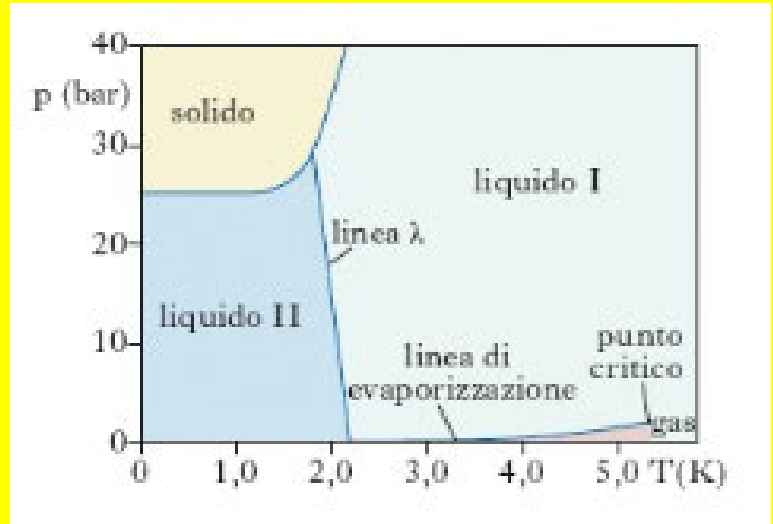
1932: Keesom e Clusius misurano a Leida la **transizione lambda** del calore specifico dell'elio liquido

1938: Scoperta della **superfluidità**



La linea lambda segna la transizione tra due fasi dell'elio liquido (I e II)  
Solo nel 1938 vennero scoperte le proprie straordinarie della fase II che d'ora in poi venne chiamata **fase superfluida**, caratterizzata dall'**assenza di viscosità** e dalla capacità del fluido di risalire le pareti di un recipiente o scorrere all'interno di canali senza attrito.

La scoperta fu effettuata da Allen e Miesener a Cambridge e da Kapitza (Premio Nobel 1978) a Mosca



A differenza di un fluido normale, l'elio superfluido sgocciola senza attrito attraverso canali microscopici prodotti sulla base di un bicchiere di vetro





# Il legame con la condensazione di Bose-Einstein

Subito dopo la scoperta della superfluidità Fritz London ebbe l'intuizione di legare la superfluidità alla condensazione di Bose-Einstein

644 NATURE APRIL 9, 1938, VOL. 141

the effective mass  $m^*$  being of the order of magnitude of the mass of the atoms. But in the present case we are obliged to apply Bose-Einstein statistics instead of Fermi statistics.

(3) In his well-known papers, Einstein has already discussed a peculiar condensation phenomenon of the 'Bose-Einstein' gas; but in the course of time the degeneracy of the Bose-Einstein gas has rather got the reputation of having only a purely imaginary existence. Thus it is perhaps not generally known that this condensation phenomenon actually represents a discontinuity of the derivative of the specific heat (phase transition of third order). In the accompanying figure the specific heat ( $C_p$ ) of an ideal Bose-Einstein gas is represented as a function of  $T/T_0$ , where

$$T_0 = \frac{h^2}{2\pi m^* k} \left( \frac{n}{2,615} \right)^{2/3}.$$

With  $m^*$  = the mass of a He atom and with the mol. volume  $\frac{N_l}{n} = 27.6 \text{ cm}^3$  one obtains  $T_0 = 3.09^\circ$ . For  $T < T_0$  the specific heat is given by

expected to furnish quantitative insight into the properties of liquid helium.

The conception here proposed might also throw a light on the peculiar transport phenomena observed with He II (enormous conductivity of heat, extremely small viscosity\* and also the strange fountain phenomenon recently discovered by Allen and Jones<sup>2</sup>).

A detailed discussion of these questions will be published in the *Journal de Physique*.

F. LONDON.

Institut Henri Poincaré,  
Paris.  
March 5.

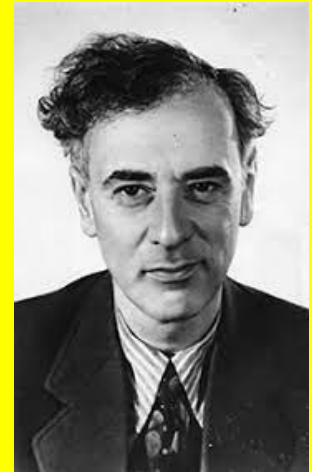
\* Fröhlich, H., *Physica*, 4, 639 (1937).  
<sup>2</sup> Allen, J. F., and Jones, H., *NATURE*, 141, 243 (1938).  
<sup>3</sup> Simon, F., *NATURE*, 133, 529 (1934).  
<sup>4</sup> London, F., *Proc. Roy. Soc., A*, 153, 576 (1936).  
<sup>5</sup> Rollin, *Physica*, 2, 557 (1935); Keesom, W. H., and Keesom, H. P., *Physica*, 3, 359 (1936); Allen, J. F., Peierls, R., and Zaki Uddin, M., *NATURE*, 140, 62 (1937).  
<sup>6</sup> Burton, E. F., *NATURE*, 135, 265 (1935); Kapitza, P., *NATURE*, 141, 74 (1938); Allen, J. F. and Misener, A. D., *NATURE*, 141, 75 (1938).

Puzzle. A causa delle interazioni che caratterizzano la fase liquida dell'elio la condensazione di Bose-Einstein coinvolge solo una frazione degli atomi, circa il 10 % a temperatura zero. Viceversa la superfluidità coinvolge tutto il sistema a  $T=0$ .

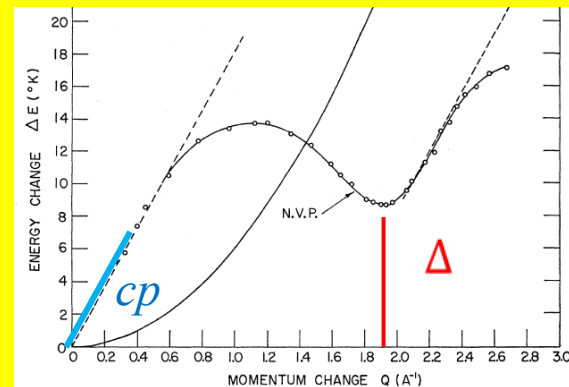
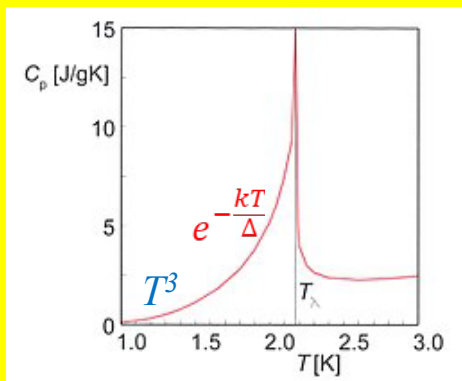


## Le nuove teorie sulla superfluidità

Dopo la scoperta sperimentale della superfluidità, Landau (Premio Nobel 1962) sviluppò la teoria delle **eccitazioni elementari** e stabilì il cosiddetto **criterio di Landau** secondo cui un fluido può scorrere senza attrito a contatto con la parete se la velocità è inferiore a un valore critico stabilito dalle proprietà di queste eccitazioni.



Sulla base delle misure del calore specifico a temperature basse e in vicinanza della transizione lambda riuscì a predire le struttura delle eccitazioni elementari (**fononi** a bassi momenti, **minimo rotonico** a momenti più alti) la cui eccitazione termica contribuisce al calore specifico con dipendenze differenti dalla temperatura



## Le nuove teorie sulla superfluidità

Landau sviluppò altresì la **teoria dei due fluidi** (fluido normale e fluido superfluido che coesistono a temperatura finita). La teoria (inizialmente introdotta da Tisza) predice fenomeni nuovi come ad esempio la propagazione del cosiddetto **second sound**, un 'onda di entropia' ben distinto dal suono ordinario che è invece un' 'onda di pressione'. Il second sound fu osservato sperimentalmente in elio superfluido da Peshkov (1944).

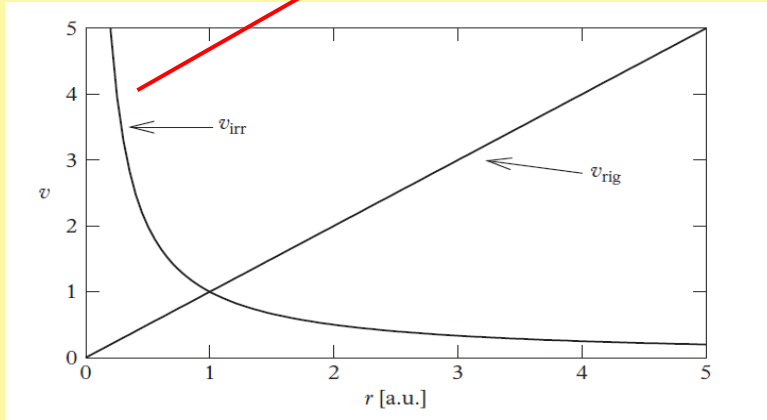
Dal punto di vista **microscopico** la teoria della superfluidità e la comprensione del **legame tra la condensazione di Bose-Einstein e la superfluidità** ha coinvolto negli anni seguenti i fisici teorici più famosi dell'epoca (Onsager, premio Nobel 1968, Penrose, Premio Nobel 2020, Bogoliubov, Feynman, premio Nobel 1965) ed è tuttora oggetto di studi teorici e sperimentali nei gas atomici ultrafreddi dove la BEC è più facile da studiare.

# PROPRIETA' ROTAZIONALI DEI SUPERFLUIDI

I superfluidi ruotano in maniera diversa dai sistemi classici.

In particolare **non posson ruotare in maniera rigida**

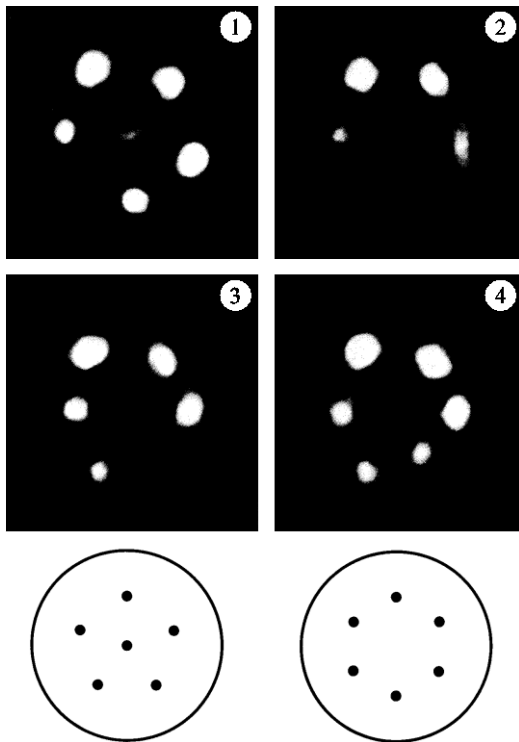
L'unica maniera per trasportare momento angolare è grazie alla **formazione di vortici** (piccolo tornado nei quali la velocità diverge quando ci avviciniamo alla linea del vortice



## Vortici in **elio** superfluido

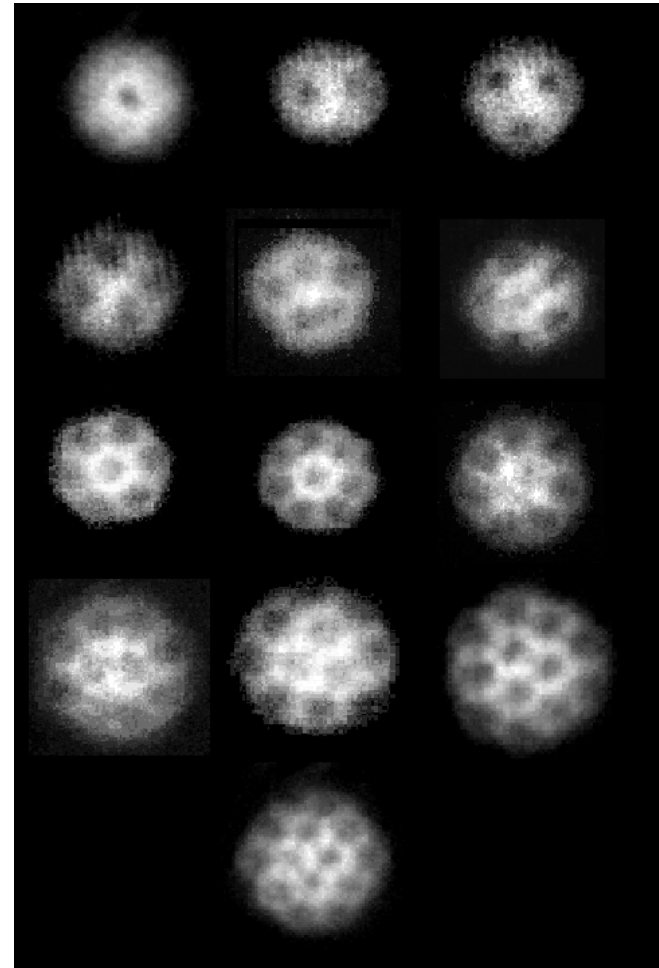
Prime teorie: Onsager,  
Feynman (anni 50)

Prime misure: Hall e  
Vinen (1956)



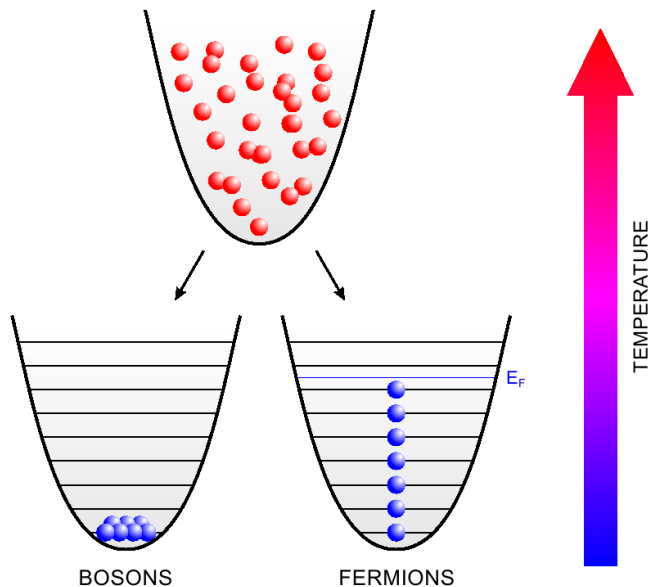
Yarmchuck e Packard 1982

## Vortici in un **BEC** gas (Jila, ENS, Mit, 2000-2001)



Chevy et al. 2001

# CI PUO' ESSERE CONDENSAZIONE DI BOSE-EINSTEIN E SUPERFLUIDITA NEI GAS DI FERMI ?



Come conseguenza del principio di esclusione di Pauli i fermioni non possono condensare. Tuttavia i fermioni possono interagire tra di loro e possono dare luogo alla **formazione di coppie** che sono dei bosoni e possono esibire la **condensazione di Bose-Einstein**

‘Visualizzazione’ di un gas di fermioni di Debbie Jin che nel 2003 realizzò sperimentalmente la condensazione di Bose-Einstein di molecole ottenute a partire da un gas di fermioni interagenti.

I fermioni in maglia bianca (maschi) interagiscono con i fermioni in maglia rossa (femmine). I fermioni sono alla ricerca del loro ‘partner’





‘Visualizzazione’ di un gas di fermioni di Debbie Jin che nel 2003 realizzò sperimentalmente la condensazione di Bose-Einstein di molecole ottenute a partire da un gas di fermioni interagenti.

I fermioni in maglia bianca (maschi) interagiscono con i fermioni in maglia rossa (femmine). I fermioni sono alla ricerca del loro ‘partner’

Le coppie si sono formate. Ciascuna coppia di fermioni e' un bosone **e i bosoni possono condensare**



La formazione di coppie bosoniche nei sistemi fermionici interagenti è alla base della **superfluidità fermionica** ottenuta sperimentalmente in He3 liquido

(**gli atomi di He3 sono fermioni !**)

(Osheroff, Lee, Richardson, premio Nobel 1996)

La temperatura critica che caratterizza la transizione alla fase superfluida è **molto più bassa rispetto a quella di He4** (conseguenza importante del differente comportamento quantistico dei due isotopi dell'elio)

La superfluidità fermionica è attualmente investigata in maniera sistematica nei gas atomici ultrafreddi.

La formazione di coppie bosoniche nei sistemi fermionici è alla base del fenomeno della **superconduttività degli elettroni** che sarà discussa nella prossima lezione.



## Alcuni messaggi importanti da ricordare:

- La natura divide le particelle elementari in due categorie (**bosoni** e **fermioni**)
- La **superfluidità** è un fenomeno quantistico profondamente legato alla **condensazione di Bose-Einstein** (BEC)
- Nei sistemi dove le particelle elementari sono atomi la superfluidità avviene a **temperature molto basse**
- I superfluidi **non esibiscono viscosità**, possono attraversare canali microscopici e risalire le pareti di un recipiente senza attrito. Possono ruotare soltanto formando dei **vortici**.
- **BEC e superfluidità** non sono limitate ai sistemi bosonici, ma hanno luogo **anche nei sistemi fermionici**, tramite la formazione di coppie che sono bosoni e possono condensare